Ecole supérieure d'agro-développement international

istom

Examen de statistiques et analyse de données

Lundi 28 avril 2025

Promotion 114

Antoine Géré

Document(s) autorisé(s) : ☐ Oui ☒ Non Calculatrice autorisée : ☒ Oui ☐ Non

Remarques :

- Les exercices sont indépendants.
- Il sera tenu compte de la propreté de votre copie, ainsi que de la clarté et de la qualité de la rédaction et du raisonnement.
- **Ne pas écrire avec un crayon papier**, sauf pour dessiner et/ou annoter des croquis, le cas échéant.
- Utiliser les **notations** indiquées dans le texte et **justifier toutes vos réponses**.
- Le sujet est à conserver par l'étudiant-e.

Exercice 1

Le parc national marin de Sainte-Anne est une zone protégée entre terre et mer, regroupant plusieurs îles et leurs lagons. Une équipe de MJE istomienne est chargée de mesurer la taille de tortues sur une des îles.

Ces mesures leur ont permis de montrer que la taille des tortues suit une loi normale de moyenne $\mu = 18$ cm et d'écart-type $\sigma = 7{,}2$ cm. L'equipe istomienne avec leurs encadrants se demandent si ces tailles relevées ne sont pas anormalement petites.

Après la mise en place de filets pour protéger d'oiseaux certains végétaux capable de couvrir tous les besoins nutritionnels des tortues, il est alors demandé à nos jeunes expert-es istomiens de contrôler s'il y a eu une amélioration de la taille des tortues.

Pour cela ils relèvent de nouveau la taille de différentes tortues, et renseignent le tableau ci-dessous.

Tailles (cm)	$2-6$	$6-10$	$10-12$	$12-14$	$14-18$	$18-26$	$26-34$
Effectif (de tortues)	8	14	9	11	30	16	12

1. Construire un test permettant de décider si la simple mise en place de filets a été efficace, c'est à dire si la taille moyenne des tortues a évolué en positif. On considérera un seuil de risque $\alpha = 2\%$. Vous détaillerez avec soin votre démarche.
2. Conclure sur l'efficacité de ces filets.

Indication ▼ Correction ▼ [stat-0005]

Exercice 2

Tournez la page S.V.P.

Une étudiante istomienne est en stage de fin d'étude en Namibie, plus précisement au sein du parc Etosha, l'un des plus grands parcs de Namibie. Son sujet porte sur l'influence des évolutions climatiques sur les populations de girafes, en particulier essayer de savoir si elles sont amenées à plus se déplacer ou non.

Pour cela, une première partie du stage consiste, avec d'autres équipes, à placer des tracker gps sur 100 girafes.

Une fois la partie terrain achevée, notre étudiante istomienne se lance dans son analyse statistique. Elle relève les distances quotidiennes parcourues par chacune des girafes. Elle peut affirmer que ces données suivent une loi normale.

Une précédente étude faite à la même saison sur un échantillon beaucoup plus large, il y a quelques années, avait également permis d'affirmer que les données suivaient une loi normale, dont l'écart type était $\sigma = 0,2$ km, et la moyenne $\mu = 8,31$ km.

Aujourd'hui la distance quotidienne moyenne parcourue est de $9,07$ km.

1. Construire un test permettant de décider si la distance quotidienne moyenne parcourue a évolué, au seuil de risque $\alpha = 6\%$. Vous détaillerez avec soin votre démarche.
2. Conclure sur l'évolution des deplacements de ces girafes.

Indication ▼ Correction ▼ [stat-0006]

Indication pour l'exercice 1 ▲

Calculer d'abord la taille moyenne $\overline{x}$ de l'échantillon à l'aide des centres de classes. On teste $H_0 : \mu = 18$ contre $H_1 : \mu > 18$ (test unilatéral à droite), en admettant que l'écart-type reste $\sigma = 7{,}2$ cm. Sous H_0, $\overline{X} \sim \mathcal{N}(18\,;7{,}2^2/n)$.

Indication pour l'exercice 2 ▲

On teste $H_0 : \mu = 8{,}31$ contre $H_1 : \mu \neq 8{,}31$ (on cherche une « évolution », sans sens a priori), avec $\sigma = 0{,}2$ km supposé connu et $n = 100$. Au seuil de $6\,\%$, chercher z tel que $P(|Z| \leq z) = 0{,}94$, c'est-à-dire $\Phi(z) = 0{,}97$.

Tournez la page S.V.P.

Correction de l'exercice 1 ▲

1. **Construction du test.**

   Taille moyenne de l'échantillon. Avec les centres de classes $4\,;\,8\,;\,11\,;\,13\,;\,16\,;\,22\,;\,30$ et $n = 100$ tortues :

   $$\overline{x} = \frac{8\times 4 + 14\times 8 + 9\times 11 + 11\times 13 + 30\times 16 + 16\times 22 + 12\times 30}{100} = \frac{1\,578}{100} = 15{,}78 \text{ cm}.$$

   Hypothèses. On cherche à savoir si la taille moyenne a augmenté :

   $$H_0 :\ \mu = 18 \quad \text{contre} \quad H_1 :\ \mu > 18 \qquad \text{(test unilatéral à droite)}.$$

   Loi sous H_0. On admet que l'écart-type reste $\sigma = 7{,}2$ cm. Avec $n = 100$, $\overline{X} \sim \mathcal{N}\big(18\,;\,(7{,}2/10)^2\big)$, soit un écart-type de $0{,}72$ cm.

   Règle de décision. Au seuil $\alpha = 2\,\%$, on cherche c tel que $P(\overline{X} > c) = 0{,}02$, soit $\dfrac{c-18}{0{,}72} = z_{0{,}98} \approx 2{,}054$:

   $$c = 18 + 2{,}054 \times 0{,}72 \approx 19{,}48 \text{ cm}.$$

   On rejette H_0 si $\overline{x} > 19{,}48$ cm.

2. **Conclusion.** $\overline{x} = 15{,}78 < 19{,}48$: on **ne rejette pas** H_0. Au seuil de $2\,\%$, rien ne permet d'affirmer que les filets ont augmenté la taille moyenne des tortues. La moyenne observée est même inférieure à 18 cm ($z_{\text{obs}} = \dfrac{15{,}78-18}{0{,}72} \approx -3{,}08$) : la situation semble plutôt s'être dégradée. D'autres facteurs (alimentation, prédation, échantillonnage de jeunes individus…) doivent être étudiés.

Correction de l'exercice 2 ▲

1. **Construction du test.**

   Hypothèses. On cherche une évolution, dans un sens ou dans l'autre :

   $$H_0 :\ \mu = 8{,}31 \text{ km} \quad \text{contre} \quad H_1 :\ \mu \neq 8{,}31 \text{ km} \qquad \text{(test bilatéral)}.$$

   Loi sous H_0. Les distances suivent une loi normale ; on admet que l'écart-type est resté $\sigma = 0{,}2$ km. Avec $n = 100$ girafes,

   $$\overline{X} \sim \mathcal{N}\big(8{,}31\,;\,(0{,}2/10)^2\big), \qquad \sigma(\overline{X}) = 0{,}02 \text{ km}.$$

   Règle de décision. Au seuil $\alpha = 6\,\%$, on cherche z tel que $P(-z \le Z \le z) = 0{,}94$, soit $\Phi(z) = 0{,}97$, d'où $z \approx 1{,}88$. On accepte H_0 si

   $$\overline{x} \in \big[\,8{,}31 - 1{,}88\times 0{,}02\ ;\ 8{,}31 + 1{,}88\times 0{,}02\,\big] = \big[\,8{,}272\ ;\ 8{,}348\,\big] \text{ km},$$

   et on la rejette sinon.

2. **Conclusion.** $\overline{x} = 9{,}07$ km est très largement en dehors de cet intervalle ($z_{\text{obs}} = \dfrac{9{,}07-8{,}31}{0{,}02} = 38$) : on **rejette** H_0. La distance quotidienne moyenne a significativement évolué : les girafes se déplacent davantage qu'il y a quelques années, ce qui est cohérent avec une raréfaction des ressources (eau, fourrage) liée aux évolutions climatiques.
