

# Examen de statistiques

Vendredi 12 décembre 2025

Promotion 115

Antoine Géré

Document(s) autorisé(s) : ☐ Oui ☒ Non

Calculatrice autorisée : ☒ Oui ☐ Non

Remarques :

- Les exercices sont indépendants.
- Il sera tenu compte de la propreté de votre copie, ainsi que de la clarté et de la qualité de la rédaction et du raisonnement.
- **Ne pas écrire avec un crayon papier**, sauf pour dessiner et/ou annoter des croquis, le cas échéant.
- Utiliser les **notations** indiquées dans le texte et **justifier toutes vos réponses**.
- Le sujet est à conserver par l'étudiant-e.

## Exercice 1

Dans une région sahélienne, le rendement du mil suit une distribution normale, de moyenne 780 kg/ha et d'écart-type 120 kg/ha. On prélève un échantillon aléatoire simple de  $n = 50$  exploitations.

### 1. Probabilité pour la moyenne de l'échantillon

- (a) Calculer la probabilité que la moyenne de cet échantillon dépasse 820 kg/ha.
- (b) Calculer la probabilité que la moyenne de cet échantillon soit comprise entre 770 kg/ha et 805 kg/ha.

### 2. Détermination de la taille d'échantillon

On souhaite déterminer la taille d'un échantillon permettant, si c'est possible, d'obtenir une probabilité de 80% pour un rendement moyen compris entre 775 kg/ha et 785 kg/ha.

Calculer cette taille d'échantillon.

### 3. Proportion d'exploitations avec engrais subventionnés

Selon un rapport antérieur, 40% des exploitations produisant du mil ont accès à des engrais subventionnés dans la région concernée. On conserve l'échantillon aléatoire simple de  $n = 50$  exploitations.

Calculer la probabilité que la proportion observée dans l'échantillon soit inférieure à 30%.

### 4. Types d'échantillonnage

- (a) Citer les deux grands types d'échantillonnage.
- (b) Pour chacun de ces types, donner deux méthodes d'échantillonnage.

[stat-0033]

## Exercice 2

Au Bénin, la production de coton est organisée en coopératives. Une étude souhaite étudier les rendements des exploitants. On a relevé les rendements (en kg/ha) de 240 exploitants appartenant à 11 coopératives différentes. De plus, on a noté si chaque exploitant utilise de la matière organique (MO) ou non. On suppose que le rendement moyen suit une loi normale.

Rendement (kg/ ha)	Nombre d'exploitants	Nombre d'exploitants utilisant MO
500-599	20	12
600-699	35	20
700-799	50	30
800-899	55	35
900-999	40	25
1000-1099	25	15
1100-1199	15	10
Total	240	147

On considère que cet échantillon est représentatif de la population d'exploitants de coton.

1. Donner la nature des variables *Rendement* et *Utilisation MO*.
2. **(BONUS)** Tracer le boxplot du rendement, également appelé "boîte à moustaches", en distinguant les exploitants ayant utilisé de la matière organique (MO) de ceux ne l'ayant pas utilisée.
3. Proposer un graphique permettant de visualiser l'effet de l'utilisation de MO sur le rendement moyen. Justifiez votre choix.
4. Calculer la probabilité qu'un exploitant de l'échantillon ait un rendement compris entre 800 et 899 kg/ ha et qu'il ait utilisé de la MO.
5. Calculer la moyenne et l'écart type des rendements des 240 exploitants.
6. Calculer la proportion d'exploitants utilisant de la matière organique.
7. *Estimation ponctuelle*  
Estimer la moyenne et l'écart type des rendements de production de coton au Bénin. On donnera également une estimation de la proportion des exploitants qui utilisent de la matière organique.
8. *Intervalle de confiance*  
En supposant que les rendements sont normalement distribués, construire un intervalle de confiance à 90% pour :
  - (a) La moyenne des rendements.
  - (b) La proportion d'exploitants utilisant la matière organique.
9. *Intervalle de confiance en rapport avec les données nationales*

On sait, d'après les données nationales, que l'écart-type du rendement moyen de production du coton au Bénin est 180 kg/ha. Construire un intervalle de confiance à 80% pour le rendement moyen de production du coton, en utilisant les données nationales.

[stat-0034]