[stat - 0006].

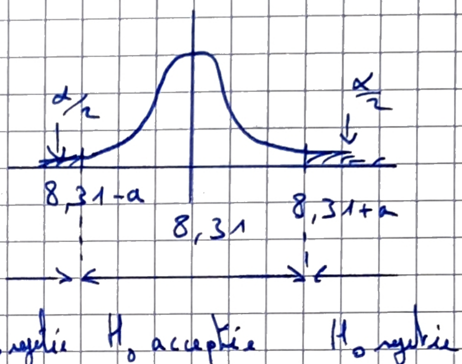
1) On pose les Hypothèses nulle et alternative sachant que $\alpha = 6\,\%$.

H_0 : la distance quotidienne moyenne parcourue par les girafes n'a pas évolué.

H_1 : la distance quotidienne moyenne parcourue par les girafes a évolué.

Sous H_0, $\bar{X}$ la variable aléatoire égale à la distance moyenne parcourue par les girafes sur tout échantillon de taille 100 suit la loi normale :

$$\mathcal{N}\left(8{,}31 ; \frac{0{,}2}{\sqrt{100}}\right) = \mathcal{N}(8{,}31 ; 0{,}02)$$



Sous H_0 on cherche la valeur du paramètre a tel que :

$$P(18 - a \leq \bar{X} \leq 18 + a) = 0{,}94$$

$$\Leftrightarrow P(-a \leq \bar{X} - 18 \leq a) = 0{,}94$$

$$\Leftrightarrow P\left(\frac{-a}{0{,}02} \leq \frac{\bar{X} - 18}{0{,}02} \leq \frac{a}{0{,}02}\right) = 0{,}94$$

$$\Leftrightarrow P\left(-\frac{a}{0{,}02} \leq T \leq \frac{a}{0{,}02}\right) = 0{,}94$$

avec $T = \dfrac{\bar{X} - 18}{0{,}02}$

(par symétrie)

$$\text{or } P\left(\frac{-a}{0{,}02} \leq T \leq \frac{a}{0{,}02}\right) + \overbrace{P\left(T \leq \frac{-a}{0{,}02}\right) \overset{=}{} + P\left(T \geq \frac{a}{0{,}02}\right)} = 1$$

$$\text{donc } 0{,}94 + 2P\left(T \geq \frac{a}{0{,}02}\right) = 1$$

$$\text{et enfin } 0{,}94 + 2 \cdot \left(1 - P\left(T \leq \frac{a}{0{,}02}\right)\right) = 1$$

$$\text{d'où } P\left(T \leq \frac{a}{0{,}02}\right) = -\left(\frac{1 - 0{,}94}{2} - 1\right) = 0{,}97$$

Par lecture sur la table de la loi normale centrée réduite on a : $\dfrac{a}{0{,}02} = 1{,}885$ donc $a = 0{,}0377$.

Ainsi on peut énoncé la règle de décision suivante :

Si : $8,27 \leq \mu \leq 8,35$, Alors H_0 est accepté

Si : $\mu \leq 8,27$ et $\mu \geq 8,33$, Alors H_0 est rejetée.

2) Aujourd'hui la distance quotidienne moyenne parcourue est de 9,07 km.

on a donc $\mu = 9,07 \geq 8,35$

Conclusion : On rejette H_0.

La distance quotidienne moyenne parcourue par les girafes a évolué de manière significative.