

# Rattrapage de mathématiques

Lundi 24 février 2025

*Promotion 115*

**Antoine Géré**

Document(s) autorisé(s) :  Oui  Non

Calculatrice autorisée :  Oui  Non

*Remarques :*

- Les exercices sont indépendants.
- Il sera tenu compte de la propreté de votre copie, ainsi que de la clarté et de la qualité de la rédaction et du raisonnement.
- **Ne pas écrire avec un crayon papier**, sauf pour dessiner et/ou annoter des croquis, le cas échéant.
- Utiliser les **notations** indiquées dans le texte et **justifier toutes vos réponses**.

## Exercice 1

On considère la fonction

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 5}{x^2 - 3x + 2}$$

1. Déterminer le domaine de définition  $D_f$  de la fonction  $f$ .
2. Effectuer la décomposition en élément simple de  $f$ .
3. Etudier les limites de  $f$  aux bornes de  $D_f$
4. Déterminer les équations des asymptotes verticales éventuelles de  $f$
5. Etudier les branches infinies de  $f$
6. Calculer la dérivée de  $f$ .
7. Etablir le tableau de variation de  $f$ .
8. Avec l'aide d'un des théorèmes du cours, montrer que l'équation

$$f(x) = 1$$

admet une unique solution pour  $x < 1$ . Déterminer cette solution.

9. Appliquer le théorème de Rolle à la fonction  $f$  sur l'intervalle  $\left[\frac{21}{17}, \frac{5}{3}\right]$ . Déterminer alors  $c \in \left[\frac{21}{17}, \frac{5}{3}\right]$  tel que

$$f'(c) = 0$$

10. Montrer que l'équation

$$f'(x) = -\frac{67}{42}$$

admet une solution pour  $x \in ]3,8[$ .

11. *Bonus : Tracer avec soin la courbe de  $f$ .*

[11.0086]