

Rattrapage de mathématiques

Lundi 24 février 2025

Promotion 115

Antoine Géré

Document(s) autorisé(s) : ☐ Oui ☒ Non

Calculatrice autorisée : ☒ Oui ☐ Non

Remarques :

- Les exercices sont indépendants.
- Il sera tenu compte de la propreté de votre copie, ainsi que de la clarté et de la qualité de la rédaction et du raisonnement.
- **Ne pas écrire avec un crayon papier**, sauf pour dessiner et/ou annoter des croquis, le cas échéant.
- Utiliser les **notations** indiquées dans le texte et **justifier toutes vos réponses**.

Exercice 1

On considère la fonction

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 5}{x^2 - 3x + 2}$$

1. Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f .
2. Effectuer la décomposition en élément simple de f .
3. Etudier les limites de f aux bornes de D_f
4. Déterminer les équations des asymptotes verticales éventuelles de f
5. Etudier les branches infinies de f
6. Calculer la dérivée de f .
7. Etablir le tableau de variation de f .
8. Avec l'aide d'un des théorèmes du cours, montrer que l'équation

$$f(x) = 1$$

admet une unique solution pour $x < 1$. Déterminer cette solution.

9. Appliquer le théorème de Rolle à la fonction f sur l'intervalle $\left[\frac{21}{17}, \frac{5}{3}\right]$. Déterminer alors $c \in \left]\frac{21}{17}, \frac{5}{3}\right[$ tel que

$$f'(c) = 0$$

10. Montrer que l'équation

$$f'(x) = -\frac{67}{42}$$

admet une solution pour $x \in]3, 8[$.

11. *Bonus : Tracer avec soin la courbe de f .*

[11.0086]