[11.0082]

1a) $D_f = \mathbb{R}$

1b) pour $x \in \mathbb{R}$ on a, $-1 \leq \sin(x) \leq 1$

donc $0 \leq \sin^2(x) \leq 1$

d'où $x \leq x + \sin^2(x) \leq 1 + x$

On a bien, $\boxed{x \leq f(x) \leq 1 + x}$

1c) On a $x \leq f(x) \leq 1 + x$

or $\lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty$ $\lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} 1 + x = -\infty$ $\lim\limits_{x \to +\infty} 1 + x = +\infty$

donc $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

2a) $f(x+\pi) = x + \pi + (\sin(x+\pi))^2$

$= x + \pi + \sin(x)^2$

$= \pi + x + \sin^2(x)$

$= \pi + f(x)$

2b) $f'(x) = 1 + 2\sin(x)\cos(x)$

$= 1 + \sin(2x)$

or le sinus est toujours compris entre -1 et 1, donc on a $f'(x) \geq 0$.

x	0		π
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	π

2 c) On obtient le reste du graphe de f en prenant la portion de courbe entre 0 et π en la translatant par le vecteur (π, π).
En d'autre termes on opère une translation horizontale de π et une translation verticale de π.

3) Il s'agit de déterminer en quels points la dérivée s'annule.

$$f'(x) = 0 \iff 1 + \sin(2x) = 0$$
$$\iff \sin(2x) = -1$$
$$\iff 2x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \quad , k \in \mathbb{Z}.$$
$$\iff x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \quad , k \in \mathbb{Z}.$$

4) cf calculatrice.