Exercice 1 [10.0015]

1) $I_1 = \int_1^2 \left(x^2 + \frac{3}{x^2}\right) dx$

$= \left[\frac{x^3}{3} + 3.\left(-\frac{1}{x}\right)\right]_1^2$

$= \frac{8}{3} + 3.\left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{3} + 3.\left(-\frac{1}{1}\right)\right)$

$= \frac{23}{6}$

2) $I_2 = \int_1^2 (2 - 4\, e^{3x})\, dx$

$= \left[2x - \frac{4}{3} e^{3x}\right]_1^2$

$= 4 - \frac{4}{3} e^6 - \left(2 - \frac{4}{3} e^3\right)$

$= 2 - \frac{4}{3} e^3 (e^3 - 1)$

3) $I_3 = \int_0^1 \frac{x+1}{x^2+2x+5}\, dx$

$= \left[\frac{1}{2} \ln(x^2+2x+5)\right]_0^1$

$= \frac{1}{2} \ln(8) - \frac{1}{2} \ln(5)$

$= \frac{1}{2} \ln\left(\frac{8}{5}\right)$

4) $I_4 = \int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2}\, dx$

$= \left[-e^{1/x}\right]_1^2$

$= -e^{1/2} + e$

$= e - \sqrt{e}$

5) $I_5 = \int_0^1 (2x+3)\sqrt{x^2+3x+4}\, dx$

$= \frac{2}{3}\left[(x^2+3x+4)^{3/2}\right]_0^1$

$= \frac{2}{3}\left(8^{3/2} - 4^{3/2}\right)$

$= \frac{13}{3}\left(2\sqrt{2} - 1\right)$

6) $I_6 = \int_0^1 \frac{4x}{1+x^2}\, dx$

$= \left[2 \ln(1+x^2)\right]_0^1$

$= 2\ln(2) - 2\ln(1)$

$= 2\ln(2)$