02.0002.C

$$D_1 = \begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 \\ b^2 & (b+1)^2 & (b+2)^2 \\ c^2 & (c+1)^2 & (c+2)^2 \end{vmatrix}$$

$L_3 \leftarrow L_2 - L_1$

$$= \begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 \\ b^2-a^2 & (b+1)^2-(a+1)^2 & (b+2)^2-(a+2)^2 \\ c^2 & (c+1)^2 & (c+2)^2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 \\ (b-a)(b+a) & (b-a)(b+a+2) & (b-a)(b+a+4) \\ c^2 & (c+1)^2 & (c+2)^2 \end{vmatrix}$$

$$= (b-a) \begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 \\ b+a & b+a+2 & b+a+4 \\ c^2 & (c+1)^2 & (c+2)^2 \end{vmatrix}$$

$L_3 \leftarrow L_3 - L_1$

$$= (b-a) \begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 \\ b+a & b+a+2 & b+a+4 \\ c^2-a^2 & (c+1)^2-(a+1)^2 & (c+2)^2-(a+2)^2 \end{vmatrix}$$

$$= (b-a) \begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 \\ b+a & b+a+2 & b+a+4 \\ (c-a)(c+a) & (c-a)(c+a+2) & (c-a)(c+a+4) \end{vmatrix}$$

$$= (b-a)(c-a) \begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 \\ b+a & b+a+2 & b+a+4 \\ c+a & c+a+2 & c+a+4 \end{vmatrix}$$

$L_2 \leftarrow L_2 - L_3$

21.09.2018

$$D_1 = (b-a)(c-a)\begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 \\ b-c & b-c & b-c \\ c+a & c+a+2 & c+a+4 \end{vmatrix}$$

$$= (b-a)(c-a)(b-c)\begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 \\ 1 & 1 & 1 \\ c+a & c+a+2 & c+a+4 \end{vmatrix}$$

$C_2 \leftarrow C_2 - C_1$

$$= (b-a)(c-a)(b-c)\begin{vmatrix} a^2 & 2a+1 & (a+2)^2 \\ 1 & 0 & 1 \\ c+a & 2 & c+a+4 \end{vmatrix}$$

$C_3 \leftarrow C_3 - C_1$

$$= (b-a)(c-a)(b-c)\begin{vmatrix} a^2 & 2a+1 & 4a+4 \\ 1 & 0 & 0 \\ c+a & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= 4(b-a)(c-a)(b-c)\begin{vmatrix} a^2 & 2a+1 & a+1 \\ 1 & 0 & 0 \\ c+a & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$D_1 = 4(a-b)(a-c)(b-c) \times 1 \times (-1)^{2+1} \times \begin{vmatrix} 2a+1 & a+1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -4(a-b)(a-c)(b-c)\left(\cancel{2a}+1-\cancel{2a}-2\right)$$

$$D_1 = +4(a-b)(a-c)(b-c)$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & a^2 \\ b^2 & (c+a)^2 & b^2 \\ c^2 & c^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix}$$

$C_1 \leftarrow C_1 - C_2$

$$= \begin{vmatrix} (b+c)^2 - a^2 & a^2 & a^2 \\ b^2 - (c+a)^2 & (c+a)^2 & b^2 \\ 0 & c^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} (a+b+c)(-a+b+c) & a^2 & a^2 \\ (a+b+c)(-a+b-c) & (a+c)^2 & b^2 \\ 0 & c^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix}$$

$$= (a+b+c) \begin{vmatrix} -a+b+c & a^2 & a^2 \\ -a+b-c & (a+c)^2 & b^2 \\ 0 & c^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix}$$

$C_2 \leftarrow C_2 - C_3$

$$= (a+b+c) \begin{vmatrix} -a+b+c & 0 & a^2 \\ -a+b-c & (a+b+c)(a-b+c) & b^2 \\ 0 & (a+b+c)(-a-b+c) & (a+b)^2 \end{vmatrix}$$

$$= (a+b+c)^2 \begin{vmatrix} -a+b+c & 0 & a^2 \\ -a+b-c & a-b+c & b^2 \\ 0 & -a-b+c & (a+b)^2 \end{vmatrix}$$

$L_3 \leftarrow L_3 - L_2 - L_1$

2109.0018

$$D_2 = (a+b+c)^2 \begin{vmatrix} -a+b+c & 0 & a^2 \\ -a+b-c & a-b+c & b^2 \\ 2a-2b & -2a & 2ab \end{vmatrix}$$

$$= 2(a+b+c)^2 \begin{vmatrix} -a+b+c & 0 & a^2 \\ -a+b-c & a-b+c & b^2 \\ a-b & -a & ab \end{vmatrix}$$

$C_1 \leftarrow C_1 + C_2$

$$= 2(a+b+c)^2 \begin{vmatrix} -a+b+c & 0 & a^2 \\ 0 & a-b+c & b^2 \\ -b & -a & ab \end{vmatrix}$$

$C_1 \leftrightarrow C_2$

$$= -2(a+b+c)^2 \begin{vmatrix} 0 & -a+b+c & a^2 \\ a-b+c & 0 & b^2 \\ -a & -b & ab \end{vmatrix} \quad C_3 \leftarrow C_3 + b\,C_1$$

$$= -2(a+b+c)^2 \begin{vmatrix} 0 & -a+b+c & a^2 \\ a-b+c & 0 & ab+bc \\ -a & -b & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -2(a+b+c)^2 \Big((-a+b+c)\,b\,(a+c)(-a) + a^2(a-b+c)(-b) \Big)$$

$$= 2(a+b+c)^2\, ab \Big((a+c)(-a+b+c) + a(a-b+c) \Big)$$

$$= 2(a+b+c)^2\, abc\, (a+b+c)$$

$$D_2 = 2(a+b+c)^3\, abc$$

21.09.2018

$$D_3 = \begin{vmatrix} 0 & a & b \\ a & 0 & c \\ b & c & 0 \end{vmatrix} = acb + bac = 2abc$$

(Sarrus)

$$D_4 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} \qquad C_2 \leftarrow C_2 - C_1$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ a & b-a & c \\ a^2 & b^2-a^2 & c^2 \end{vmatrix} \qquad C_3 \leftarrow C_3 - C_1$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & b-a & c-a \\ a^2 & b^2-a^2 & c^2-a^2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & b-a & c-a \\ a^2 & (b-a)(b+a) & (c-a)(c+a) \end{vmatrix}$$

$$= (b-a)(c-a) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 1 \\ a^2 & b+a & c+a \end{vmatrix}$$

$$= (b-a)(c-a) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ b+a & c+a \end{vmatrix} \qquad C_2 \leftarrow C_2 - C_1$$

$$= (b-a)(c-a) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ b+a & c-b \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b)$$

21.09.2018

$$D_5 = \begin{vmatrix} 1 & \cos(a) & \sin(a) \\ 1 & \cos(b) & \sin(b) \\ 1 & \cos(c) & \sin(c) \end{vmatrix} \qquad L_2 \leftarrow L_2 - L_1$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & \cos(a) & \sin(a) \\ 0 & \cos(b) - \cos(a) & \sin(b) - \sin(a) \\ 1 & \cos(c) & \sin(c) \end{vmatrix} \qquad L_3 \leftarrow L_3 - L_1$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & \cos(a) & \sin(a) \\ 0 & \cos(b) - \cos(a) & \sin(b) - \sin(a) \\ 0 & \cos(c) - \cos(a) & \sin(c) - \sin(a) \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \cos(b) - \cos(a) & \sin(b) - \sin(a) \\ \cos(c) - \cos(a) & \sin(c) - \sin(a) \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} -2\sin\left(\frac{b+a}{2}\right)\sin\left(\frac{b-a}{2}\right) & 2\cos\left(\frac{b+a}{2}\right)\sin\left(\frac{b-a}{2}\right) \\ -2\sin\left(\frac{c+a}{2}\right)\sin\left(\frac{c-a}{2}\right) & 2\cos\left(\frac{c+a}{2}\right)\sin\left(\frac{c-a}{2}\right) \end{vmatrix}$$

$$= 4\sin\left(\frac{b-a}{2}\right)\sin\left(\frac{c-a}{2}\right) \cdot \begin{vmatrix} -\sin\left(\frac{b+a}{2}\right) & \cos\left(\frac{b+a}{2}\right) \\ -\sin\left(\frac{c+a}{2}\right) & \cos\left(\frac{c+a}{2}\right) \end{vmatrix}$$

$$= 4\sin\left(\frac{b-a}{2}\right)\sin\left(\frac{c-a}{2}\right)\left[-\sin\left(\boxed{\frac{b+a}{2}}\right)\cos\left(\boxed{\frac{c+a}{2}}\right) + \cos\left(\boxed{\frac{b+a}{2}}\right)\sin\left(\boxed{\frac{c+a}{2}}\right)\right]$$

$$D_5 = 4\sin\left(\frac{b-a}{2}\right)\sin\left(\frac{c-a}{2}\right)\sin\left(\frac{c-b}{2}\right)$$

2109.0018

$$D_6 = \begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} \qquad L_1 \leftarrow L_1 + L_2 + L_3$$

$$= \begin{vmatrix} a+b+c & a+b+c & a+b+c \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$$

$$= (a+b+c) \times \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$$

$C_1 \leftarrow C_1 - C_3$

$$= (a+b+c) \times \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & b-c-a & 2b \\ a+b+c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$$

$$= (a+b+c)^2 \times \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & b-c-a & 2b \\ 1 & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$$

$$= (a+b+c)^2 \times \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ b-c-a & 2b \end{vmatrix} \qquad C_2 \leftarrow C_2 - C_1$$

$$= (a+b+c)^2 \times \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ b-c-a & a+b+c \end{vmatrix}$$

$$D_6 = (a+b+c)^3$$

2109.0018

$$D_7 = \begin{vmatrix} 1 & ab & 1 \\ 1 & b & a \\ a & b & 1 \end{vmatrix} \qquad c_3 \leftarrow c_3 - c_1$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & ab & 0 \\ 1 & b & a-1 \\ a & b & 1-a \end{vmatrix} \qquad c_2 \leftarrow c_2 - ab\, c_1$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & b-ab & a-1 \\ 1 & b-a^2b & 1-a \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} b(1-a) & a-1 \\ b(1-a^2) & 1-a \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} b(1-a) & a-1 \\ b(1-a)(1+a) & 1-a \end{vmatrix}$$

$$= (1-a)^2 \begin{vmatrix} b & -1 \\ b(1+a) & 1 \end{vmatrix} \qquad L_2 \leftarrow L_2 + L_1$$

$$= (1-a)^2 \begin{vmatrix} b & -1 \\ b(2+a) & 0 \end{vmatrix}$$

$$D_7 = b(a+2)(1-a)^2$$

$$D_8 = \begin{vmatrix} 1 & 1/a & 1/ab \\ a & 1 & 1/b \\ ab & b & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{ab} \begin{vmatrix} ab & b & 1 \\ a & 1 & 1/b \\ ab & b & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 0$$